

Werratschule Heringen
Gesamtschule mit gymnasialer Oberstufe



Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung

Mathematik

Einführungsphase gymnasiale Oberstufe



Hinweise zum Umgang mit dem Aufgabenmaterial

Die folgende Aufgabensammlung enthält Mathematikaufgaben zu unterschiedlichen Themenbereichen. Dass Sie diese Aufgaben lösen können, ist Voraussetzung für ein erfolgreiches Bestehen der Oberstufe. Es geht allerdings nicht darum, alle Aufgaben nacheinander zu lösen. Vielmehr sollen Sie diejenigen Bereiche gezielt aufarbeiten, in denen Sie selbst Schwierigkeiten sehen. Einen ersten Hinweis auf diese Bereiche gibt Ihnen der Eingangstest, den Sie bereits absolviert haben. Hatten Sie dort Schwierigkeiten mit bestimmten Aufgaben, so können Sie diese Bereiche mit Hilfe dieses Aufgabenmaterials sowie dem dazugehörigen Skript selbstständig aufarbeiten. Die folgende Tabelle gibt Ihnen einen ersten Überblick über die Themenbereiche:

Themenbereich	Aufgabenmaterial	Skript	Eingangstest
Lineare Gleichungen	AB 1, S. 3	S. 1 – 2	Aufgabe 1 a) – d), f)
Bruchgleichungen	AB 2, S. 4	S. 3 – 4	Aufgabe 1 f), g)
Quadratische Gleichungen	AB 3, S. 5	S. 5 – 7	Aufgabe 1 e)
Lineare Gleichungssysteme	AB 4, S. 6	S. 8 – 11	Aufgabe 2 und 3
Lineare Funktionen	AB 5, S. 7 - 8	S. 12 – 14	Aufgabe 5, 7 a)
Quadratische Funktionen	AB 6, S. 9 - 10	S. 15 – 18	Aufgabe 6, 7 b)

Bei den Aufgaben befinden sich jeweils Querverweise zum zugehörigen Skript, wo Sie nachschlagen können und Erklärungen sowie Beispielaufgaben zu den Themengebieten finden.

Die Lösungen der Aufgaben können Sie von Ihrem Mathematiklehrer bekommen und so Ihre eigenen Ergebnisse kontrollieren.

Arbeitsblatt Nr. 1
Themenbereich: Lineare Gleichungen

1. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $7x - 19 = 4x + 2$
- b) $4x + 24 = 8x - 48$
- c) $5x + 5 = 69 - 3x$
- d) $3x - 5 - 5x = 7x + 3$
- e) $14x = 27 + 7x - 9 - 2x$
- f) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{16} = \frac{1}{6}x - \frac{1}{4}$
- g) $2 = \frac{1}{2}x + 5$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 1 und 2

2. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $(2x + 6)(x - 2) = 2x(x - 1)$
- b) $(x + 6)(2 - x) = (x + 18)(-1 - x)$
- c) $(2x + 1)(7 - 2x) + x(x - 3) = 3x(8 - x)$
- d) $(4x + 2)(9 - 2x) + (3x - 4)(5 + 2x) = (2x - 4)(1 - x)$
- e) $(3x - 2)^2 + (7 - 4x)^2 = (5x + 2)^2 + 10x$
- f) $(4x + 1)^2 - (2x - 5)^2 = 4(3x^2 - 4)$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 1 und 2


3. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $\frac{3x - 8}{4} - 3 = \frac{5x + 2}{3}$
- b) $\frac{12x + 6}{9} - 3x = \frac{15x - 5}{3} - 9$
- c) $\frac{15x - 3}{12} - x = \frac{7x - 12}{8} + 20$
- d) $\frac{8x - 22}{4} - 20 = \frac{5(x - 7)}{2} - 8$
- e) $\frac{19(x - 4)}{3} + \frac{2(9 - x)}{3} = \frac{2(5x - 3)}{7} - 5x$
- f) $\frac{10x - 6}{7} - \frac{18 - 2x}{3} = 5x + \frac{19}{3}(x - 4)$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 1 und 2

4. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $3(x + 4a) - a(x - 2a) = 9(4a - x)$
- b) $6(2x - b) - 2(3b - 4x) = 8(9b - 8x)$
- c) $(x - b)a - (x - a)b = (a + b)(a - b)$
- d) $a(bx - 3b) + a^2x + b^2x = x(a - b)^2$
- e) $2a(2x + 3a - 2b) = 2ab - 6a^2$
- f) $(2x - 3b)(2a - 5b) = 14ab - 35b^2$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 2 (Parametergleichungen)

Arbeitsblatt Nr. 2

Themenbereich: Bruchgleichungen

Bei den folgenden Aufgaben gilt: $G = \mathbb{Q}$ (Die Grundmenge entspricht der Menge der rationalen Zahlen)

1. Für welche Zahlen ist der Term nicht definiert?

a) $\frac{2x}{x-3}$	c) $\frac{2x+1}{(x-3)(x+5)}$	e) $\frac{4-x}{\frac{3}{4}x-3}$
b) $\frac{5x}{4(x-1)}$	d) $\frac{x+3}{4(2+x)(x-4)}$	f) $\frac{2x-5}{1(x+\frac{3}{4})(x-\frac{1}{2})}$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 3 und 4

2. Welchen Definitionsbereich haben die Gleichungen?

a) $\frac{4}{3(x+2)} = 2x$	b) $\frac{6x}{(x-4)(x+3)} = \frac{2}{x+3}$
----------------------------	--------------------------------------------

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 3 und 4

3. Bestimmen Sie zuerst den Definitionsbereich und lösen Sie dann nach x auf!

a) $\frac{2}{5x} - \frac{3}{10x} = -\frac{5}{3x} + 2$
b) $\frac{3}{4} - \frac{5}{3x} = \frac{7}{12x}$
c) $\frac{3}{2x} + \frac{9}{14} = \frac{1}{7} - \frac{2}{21x}$
d) $\frac{5}{x+1} + \frac{3}{x-2} = 0$
e) $\frac{2}{x+3} = \frac{5}{4-2x}$
f) $\frac{3}{2x-8} - \frac{7}{9-4x} = 0$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 3 und 4

4. Bestimmen Sie zuerst den Definitionsbereich und lösen Sie dann nach x auf!

a) $\frac{2x+7}{4x+2} - \frac{3-2x}{8x+4} = \frac{5x+1}{12x+6}$
b) $\frac{8}{x-2} - \frac{7}{x+5} - \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} = 0$
c) $\frac{9}{x+2} - \frac{3}{x-2} = \frac{2x+5}{x^2-4}$
d) $\frac{2x-7}{4x^2+16x+16} + \frac{3}{2x+4} = \frac{5}{4x+8}$
e) $\frac{3x+8}{4x^2-25} - \frac{4}{(2x-5)^3} - \frac{11}{4(2x+5)} = 0$
f) $\frac{7}{4x+4} = \frac{8x-13}{5x^2+10x+5} - \frac{25}{6x+6}$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 3 und 4

Arbeitsblatt Nr. 3
Themenbereich: Quadratische Gleichungen

1. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $2x^2 - 98 = 0$
- b) $8x^2 = 0$
- c) $-7x^2 + 17 = 10$
- d) $ax^2 - ab^2 = 0$
- e) $(4 + x)(4 - x) = (3 + x)(3 - x)$
- f) $(2x - 5)^2 = (x + 6)^2 - 32x$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 5 bis 7

2. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $4x^2 - 7x = 0$
- b) $9x^2 + 25x = 0$
- c) $(2x + 3)(4x - 6) = -18$
- d) $(3x + 5)^2 = 25$
- e) $ax^2 = bx - ax$
- f) $abx^2 - 2ax = bx$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 5 bis 7

3. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf!

- a) $x^2 + 8x + 6 = 0$
- b) $2x^2 + 2x = 12$
- c) $4x - 5 = -x^2$
- d) $0,8x^2 = 6,4x + 16$
- e) $\frac{4}{5}x - \frac{12}{5} = -\frac{1}{5}x^2$
- f) $2x^2 = 16b^2 - 4bx$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 5 bis 7

4. Bestimmen Sie mit Hilfe der Diskriminante, wie viele Lösungen die folgenden Gleichungen haben.

- a) $4x^2 - 7x + 3 = 0$
- b) $4x^2 - 28x + 49 = 0$
- c) $6x^2 + 5x + 11 = 0$
- d) $2x^2 - x + 12 = 0$
- e) $x^2 - 3ax + 4a^2 = 0$
- f) $4x^2 - 12bx + 9b^2 = 0$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 7

Arbeitsblatt Nr. 4
Themenbereich: Lineare Gleichungssysteme


1. Ermitteln Sie zeichnerisch die Lösung des Gleichungssystems.

a) I $3x + 2y - 2 = 0$ II $x - 2y + 6 = 0$	b) I $5x - 2y = 0$ II $4x + 3y = 0$
---------------------------------------------------	--------------------------------------------

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 10

2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge. Verwenden Sie dazu das Additionsverfahren.

a) I $9x - 2y = 4$ II $11x + y = 29$	b) I $11s - 75t = 0$ II $9s - 100t = 0$
---------------------------------------------	------------------------------------------------

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 9 und 10

3. Bestimmen Sie die Lösungsmenge. Verwenden Sie dazu das Einsetzungsverfahren.

a) I $3x - 4y = 9$ II $2x = 4y + 2$	b) I $9(x + y) + 24x = 100$ II $3(x - y) = 32$
--------------------------------------------	-------------------------------------------------------

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 8

4. Bestimmen Sie die Lösungsmenge. Wählen Sie selbst einen Lösungsweg!

a) I $20x - 50 = 29y$ II $2x + 5y = 8y$	b) I $3x + 50 = 6x + 5y$ II $2y + 10 = 3x + 2y$
c) I $y = 2x - 3y + 4$ II $x = 2x - 3y + 4$	d) I $3(2y + 3) = 2x + 7y$ II $4(x + 2) = 5x - 3y$

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 8 bis 11

5. Textaufgaben:

- a) In einer Klasse sind 36 Schüler. Bei einer Schulaufgabe erhielten zwei Schüler die Note 1, sechs Schüler die Note 2, elf Schüler die Note 3, zehn Schüler die Note 4 und die restlichen Schüler die Note 5 bzw. 6. Der Notendurchschnitt betrug 3,5. Wie viele Schüler bekamen die Note 5 bzw. wie viele die Note 6?
- b) Vor 5 Jahren war der Vater 5mal so alt wie der Sohn. In 3 Jahren wird er 3mal so alt sein wie der Sohn. Wie alt sind die beiden jetzt?
- c) In zwei großen Räumen befinden sich eine gewisse Anzahl von Personen. Gehen aus dem zweiten Zimmer 16 ins erste, so sind dort drei mal so viele Personen wie momentan im zweiten. Begeben sich nun 48 Personen vom ersten Raum in den zweiten, so sind nun dort dreimal so viele Personen wie im ersten. Wie viele Personen waren ursprünglich in den einzelnen Zimmern?
- d) Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 15, die Differenz der Ziffern ist 3. Welche beiden Zahlen können das sein?
- e) Eine Familie kauft jährlich von einem Winzer 50 Liter Rotwein und 65 Liter Weißwein für zusammen 296 €. Als in diesem Jahr geliefert wurde, musste die Familie 87,20 € mehr bezahlen, da der Rotwein um 40% und der Weißwein um 20% teurer geworden war. Wie viel kostete früher je ein Liter Weißwein bzw. Rotwein?

 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 11

Arbeitsblatt Nr. 5
Themenbereich: Lineare Funktionen

1. Eine Gerade verläuft durch den Koordinatenursprung und durch den Punkt
a) $(4 / 8)$ b) $(-1 / 3)$ c) $(-5 / -15)$ d) $(5,3 / -15,9)$
Welche Steigung haben die Geraden? Wie heißen die Geradengleichungen?

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

2. Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen in ein Koordinatensystem!

a) $y = 2x - 5$

b) $y = \frac{1}{3}x + 1,5$

c) $y = \frac{2}{5}x - 1,2$

d) $y = 3$

e) $y = -\frac{3}{4}x + 2$

f) $y = -2$

g) $y = -\frac{7}{3}x + 4,5$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 14

3. Prüfen Sie rechnerisch nach, ob die Punkte auf der Geraden liegen!

a) $y = 3x - 5$ A(4 / 7), B(3 / 6), C(-1 / -8)

b) $y = -0,5x + 1,5$ P(3 / 0), Q(2 / -0,5), R(1,5 / 0)

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

4. Die Punkte P und Q liegen auf dem Graphen der Funktionen. Bestimmen Sie die fehlenden Koordinaten.

a) $y = \frac{1}{2}x + 3$ P(12 / ?), Q(? / 20)

b) $y = \frac{7}{13}x - \frac{9}{13}$ P(4,5 / ?), Q(? / 3,8)

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

5. Welche Steigung und welchen y-Achsenabschnitt haben die Geraden, die zu den folgenden Gleichungen gehören?

a) $2x + 3y = 6$

b) $4x - 5y + 2 = 0$

c) $3x - 4y + 5 = 0$

d) $-7x + 4y - 3 = 0$

e) $x - y = 0$

f) $x = 4y$

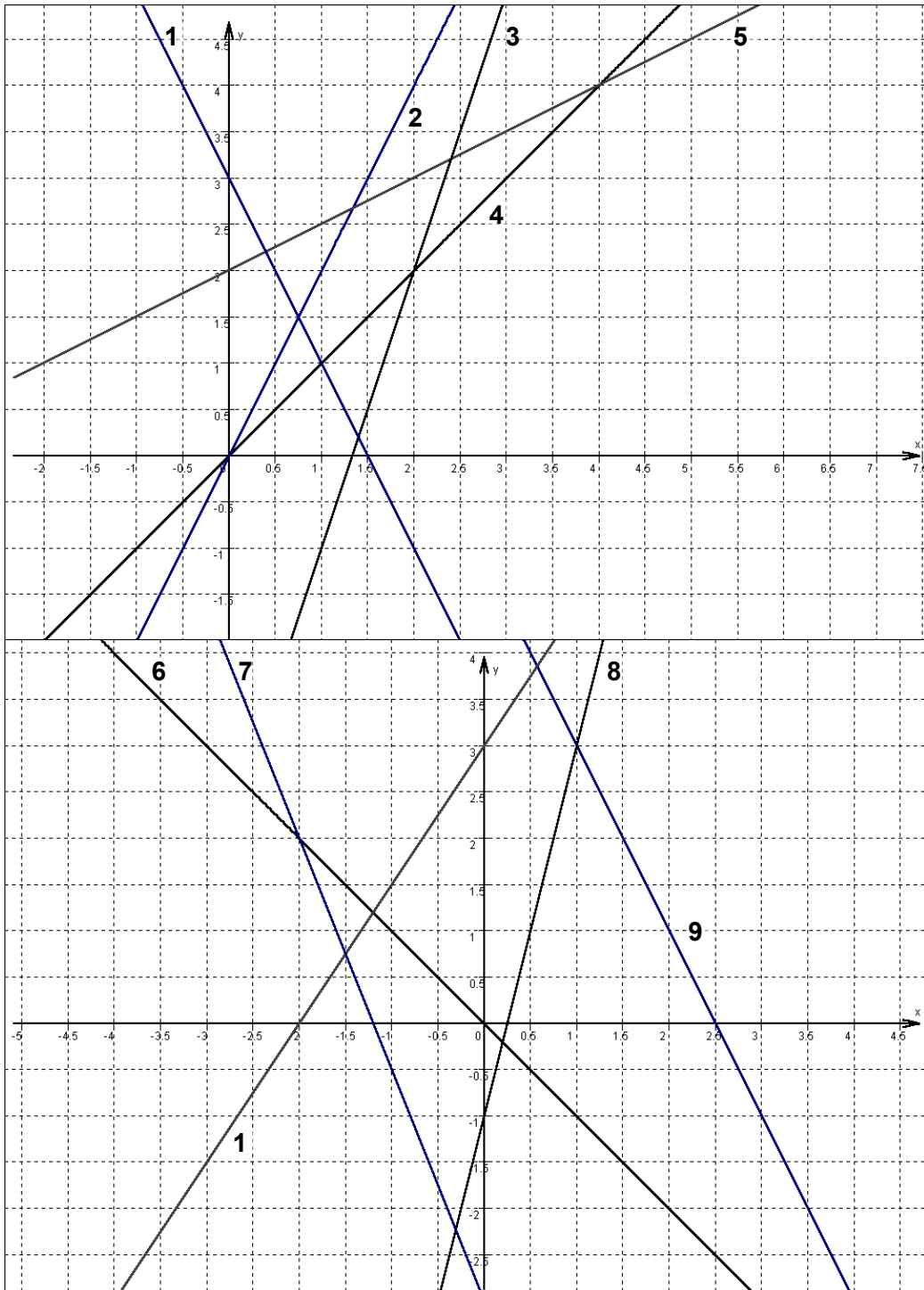
📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

6. Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen (Schnittpunkte mit der x-Achse)!

a) $y = 2x + 4$ b) $y = \frac{1}{2}x - 2$ c) $y = -3x - 1$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

7. Finde die Funktionsgleichungen zu den gezeichneten Geraden 1 bis 10!



📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

8. Herr Schwab ist 7 km mit dem Taxi gefahren. Dafür zahlte er 8,10 €. Frau Stolte musste 9,70 € für 9 km Fahrt mit dem gleichen Taxi zahlen.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion *Entfernung* → *Fahrkosten*.
 - Wie heißt die Funktionsgleichung?
 - Wie hoch ist die Grundgebühr für die Taxifahrt? Wie viel kostet jeder gefahrene Kilometer?

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 12 bis 14

Arbeitsblatt Nr. 6
Themenbereich: Quadratische Funktionen

1. Zeichnen Sie die Parabeln mit den angegebenen Gleichungen in ein Koordinatensystem!

a) $y = x^2 - 2x - 1$

b) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$

c) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$

d) $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + 4$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 15

2. Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktionen!

a) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$

b) $y = 3x^2 + 12x + 18$

c) $y = 2x^2 - 4x$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 18

3. Der Graph der Funktion entsteht aus der Normalparabel durch
- a) Verschieben um 1 Einheit nach oben [um 3 Einheiten nach unten]
 - b) Verschieben um 6 Einheiten nach rechts [um 5 Einheiten nach links]
 - c) Strecken von der x-Achse aus in Richtung der y-Achse mit dem Streckfaktor 1,5 [0,2]
 - d) Strecken von der x-Achse aus in Richtung der y-Achse mit dem Streckfaktor 3 und anschließendes Spiegeln an der y-Achse.
- Skizziere den Graphen der Funktion und notiere die Funktionsgleichung.

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 15 bis 17

4. Wie erhält man den Graphen der quadratischen Funktion aus der Normalparabel? Skizziere schrittweise die einzelnen Graphen.
- a) $f(x) = (x+1)^2 - 7$ b) $f(x) = 0,2(x+3)^2 + 1$ c) $f(x) = -0,5(x-3)^2 + 4$
d) $f(x) = 1,5(x-4)^2 - 3$ e) $f(x) = -2(x+6)^2$ d) $f(x) = 0,5x^2 - 2$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 15 bis 17

5. Wie lautet der Scheitelpunkt der Parabeln?

a) $y = 2(x - 1)^2 - 6$

b) $y = \frac{2}{3}(x - 1)^2 + 2$

c) $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$

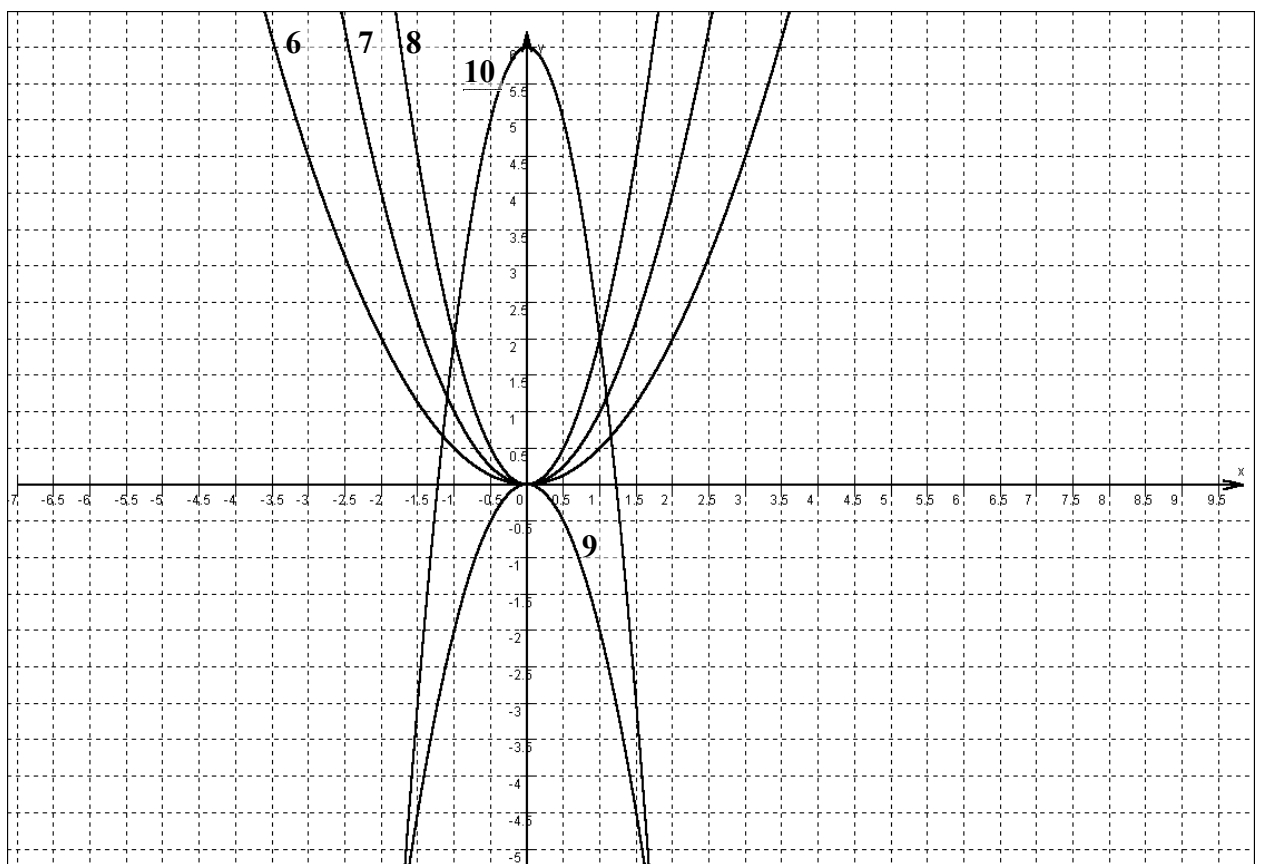
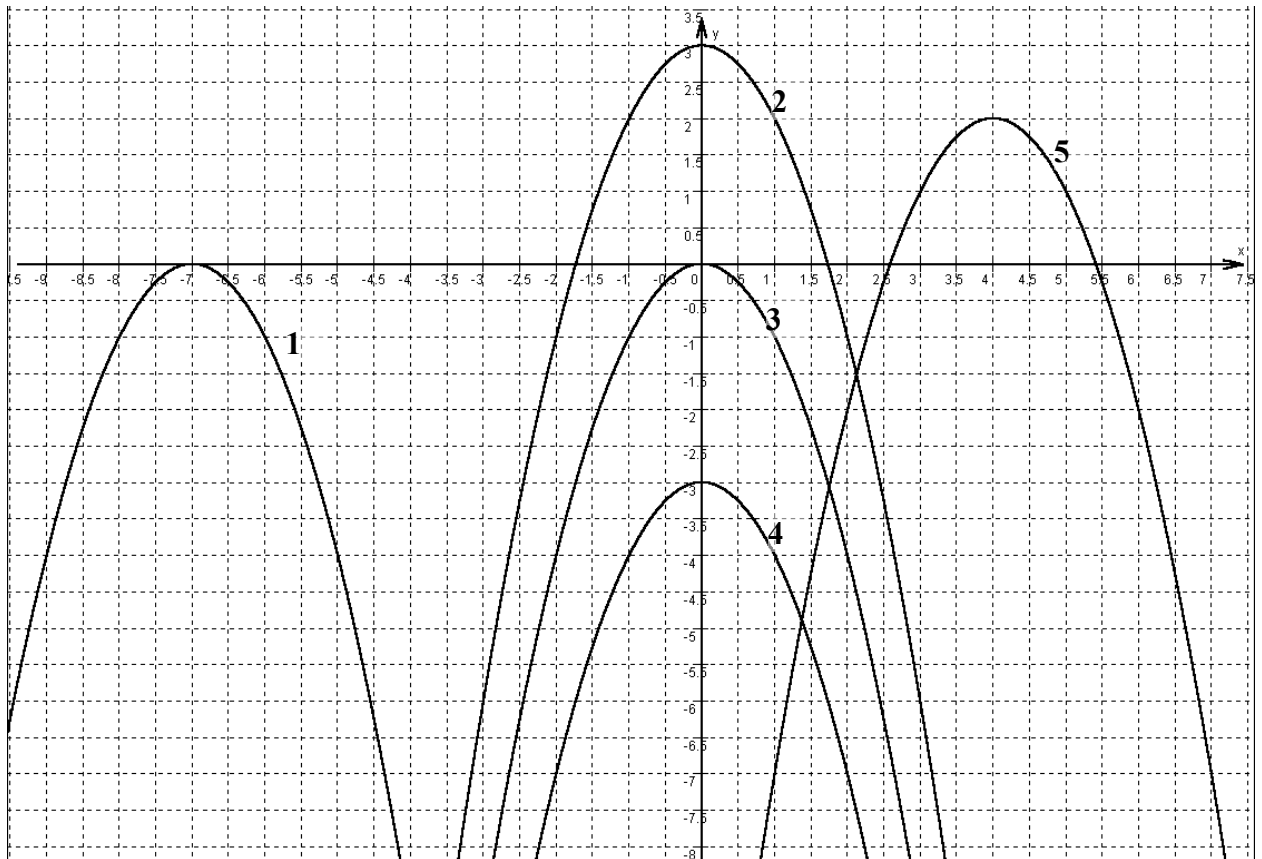
d) $y = -0,25(x - 3)^2 - 2$


e) $y = 0,5(x + 4)^2 - 2$

f) $y = 1,5(x - 4)^2$

📖 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 17

6. Finden Sie die Funktionsgleichungen zu den gezeichneten Parabeln 1 bis 10!



 Erklärungen und Beispielaufgaben finden Sie im Skript auf S. 15 bis 17